



Analysis of the Primary School 3rd Graders' Errors on Fractional Numbers in Terms of the Unit Fraction, Symbol, and Model¹

Ramazan DİVRİK², Pusat PİLTEN³

Abstract

This study aims to analyze the errors made in terms of the unit fraction, symbol, and model of fractions at the level of 3rd graders at the primary school. In this research, the case study pattern, which is among the qualitative research patterns, was used. The study group consists of 173 primary school third-graders. In the analysis of the data, the accuracy level of the answers given by the students to the questions was determined by using descriptive analysis, and then the error types were determined and analyzed by identifying them on the incorrect answer sheets. The results of the research revealed that the errors were made in failure in establishing the part-whole relationship in determining the unit fraction, writing a fractional number, drawing the fraction model, and reading the fractional number. For the question of writing the reading of fractional numbers given in symbolic and two-dimensional representation, it was determined that the students were observed to make errors in establishing the part-whole relationship, establishing a conceptual relationship between numerator and denominator, establishing a conceptual relationship between the shaded part and the whole part, drawing the fractional model, and dividing the shaded part by the unshaded part. For the questions in which symbolic and two-dimensional representation of fractions are asked to be converted to each other, the most frequent errors observed were the failure in establishing the part-whole relationship, establishing the conceptual relationship between the shaded part and the whole part, and dividing the shaded part by the unshaded part. For the question where the difference between the unit fraction and the fractional number was asked to explain, the students were observed to make errors in expressing the difference between the unit fraction and fractional number, defining just one of them, and defining the fractional number with symbolic representation and defining the unit fraction with two-dimensional fraction model. For eliminating these errors, it is recommended to enrich the lessons with concrete materials and different model applications to facilitate understanding the difference between the unit fraction and fractional number and to study the applications that will help students establish the part-whole relationship.

Keywords

Primary School
Mathematics
Fractions
Error

Article Info

Received: 23.09.2020
Accepted: 02.11.2020
Online Published: 04.02.2021



¹ This study was produced from the paper presented at the II. International Academic Research Congress (18-21 October, 2017).
² PhD, Ministry of National Education (Dumlupınar Science and Art Centre), Turkey, rdivrik42@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0002-7126-7664>
³ Assoc. Prof. Dr., Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Kazakhstan, ppiltten@ayu.edu.kz, <http://orcid.org/0000-0001-6032-5526>

Introduction

Today, mathematics has a significant function that prepares individuals for life in terms of both daily life and professional life. Many students see mathematics as a collection of different knowledge and skills that need to be memorized. On the other hand, the teachers, who focus on developing the necessary skills in solving mathematical problems, ignore the need for guidance for students to see and appreciate the order and harmony of mathematics (Pesen, 2020). However, the main purpose of the curriculum of the primary school mathematics course is to provide students with mathematical literacy skills and to ensure that students develop positive attitudes towards mathematics (Güler, 2019). Hence, the students should be made to recognize the relationships between mathematical structures, and the students should be able to see the beauty and aesthetics of mathematics by showing the similar and different aspects of these structures (Pesen, 2020).

As it is known, we use natural numbers to solve most problems in daily life. In some cases, however, natural numbers remain insufficient to solve problems. For example; while two natural numbers can be easily summed up in the operation of $5+3=?$, the integers, i.e. the numbers including the negative whole numbers, need to be used in the operation of $3-7=?$. In the same way, 6 apples can be easily shared by 2 children, while the use of natural numbers is insufficient to share 6 apples equally by 5 children. Here, the concept of fractions takes part in the operation (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019). The term "fraction" is defined as "the number that describes one or more of the equal parts in which a unit is divided" (Turkish Language Society [TLS], 2020). There is a wide range of uses of the concept of fractional numbers such as defining the whole, half, quarter, three-fifths, one-tenth, twenty percent of an object, a numerical value of a quality, its value, part of something, part, quantity, or ratio of two things to the whole (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019).

While the subject of fractional numbers comes up with simple sharing in the pre-school period, it is a subject that is more systemically taught in primary school. The subject of fractional numbers, which is one of the richest and most complex subjects of the curriculum of the primary school mathematics courses, is widely used in various forms in daily life. Many expressions and actions such as "It's quarter past ten.", "I bought half a kilo of mincemeat from the butcher shop.", "Let's add six cups of water to three cups of rice while cooking rice." make use of fractions. Therefore, teaching fractional numbers is regarded as an important subject in mathematics (Baykul, 2014; Yenilmez & Ev-Çimen, 2019). Another point that should be considered about fractions is that students should be able to distinguish the relationship between fractions and the number of fractions. Students should be able to recognize that the fractions express a multiplicity consisting of one or more parts of a whole, and a fractional number is a number indicating this multiplicity. They should also be aware that a whole is divided into equal parts and each of the identical parts is a unit fraction (Baykul, 2014). A unit fraction is defined as the fraction whose numerator is always "1 (one)" and represents each of the identical parts of a whole, i.e. it shows the feature of the unit (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019).

The subject of fractions in primary school is addressed first by using models, then by symbols (numerator, denominator, fraction line), and its wording (Gözel, 2020). A fraction given with the model can be written in the text form and expressed in accordance with the term and terminology of mathematics (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019). For example, after explaining the symbolic representation of a fraction upon the model representation of it, its expression should be provided, and attention should be paid to the order of denominator and numerator in the expression. In establishing the relationship between the symbol and the expression of a fraction whose model is given, the student should be able to convert it to the other two states when the fraction is given in one of these three states (Pesen, 2020).

Since the number indicating the relationship between its equal parts of a whole or a group of objects is expressed as the fractional number, the part-whole relationship should be emphasized in the teaching of these numbers (Pesen, 2020). The part-whole relationship used in teaching fractions is taught to the students by using area, length, set, and volume models. Utilizing models in the teaching of fractional numbers is considered vital in terms of supporting conceptual learning and providing

convenience and clarity in operations. For example, the area model is appropriate when students are asked "two-thirds of a field", while the length model is appropriate when "half of a road" is asked to be calculated. Likewise, the set model is preferred for the expression of "two-fourths of the employees", and the volume model is preferred for the expression of "one-third of a liter of water" (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019).

Examining the acquisitions of the subject of fractions in the curriculum of the primary school mathematics coursed, the terms of whole and half are introduced on the model in the 1st grade, the term of the quarter is introduced, and the relationships between these terms are included in the 2nd grade. In the 3rd grade, the representations of the fractional numbers (numerator, denominator, fraction line) of the whole, half, and quarter terms using appropriate models are taught. In the expression of the representation of the fractional numbers, attention is paid to emphasize the part-whole relationship. For example, for the fractional number of $\frac{2}{5}$, it is emphasized that the fractional number is read as "two-fifth", and that the whole is divided into 5 equal parts and two parts are taken. Also, in the 3rd grade, the topic of the relationship between numerator and denominator is reinforced by addressing the unit fraction concept. In the 4th grade, simple, compound, and mixed fractions are introduced, and students are expected to add and subtract fractions with equal denominators and solve problems suitable for these operations. As can be seen, the subject of fractional numbers is further taught as the grades progress starting from the 1st grade, and the operations are diversified considering their being greater and smaller compared to other (Ministry of National Education [MoNE], 2018).

The subject of the fractional numbers is one of the subjects that students have difficulty in learning because it is interpreted using different concepts such as part-whole, measurement, division, operator, and ratio (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2005; Doğan & Işık-Tertemiz, 2020; Hansen, 2014; Lamon, 1999; Yenilmez & Ev-Çimen, 2019). In fractional numbers, the "part-whole" relationship is explained using the terms of numerator and denominator. The length of a distance is described numerically using the value of the fraction by "measuring". The numerical value obtained when the number a is divided by the number b is called the "quotient". The meaning of the "operator" in the fractions is found by dividing the whole by the denominator and taking the parts as defined by the numerator, or making the operation vice versa. The meaning of the "ratio" written as "a/b" is expressed as part-part or part-whole (Gözel, 2020). In this context, various studies have been conducted on fractions interpreted with different concepts. Also, the researchers tried to determine the difficulties encountered. These studies revealed that students had misconceptions that the numerical value in the expression of a fractional number varied based on the whole referenced (Karaağaç & Köse, 2015), they made mistakes in solving problems related to fractions (Başgün & Ersoy, 2000; Kocaoğlu & Yenilmez, 2010; Özer, Karacaköylü, & Tekin-Sitrava, 2020), they had misconceptions about addition, subtraction, multiplication, and ordering of the fractional numbers (Altıparmak & Özudoğru, 2015; Biber, Tuna, & Aktaş, 2013; Önal & Yorulmaz, 2017), they had difficulty in understanding the basic concepts of fractions (Aksu, 1997; Okur & Çakmak-Gürel, 2016), and the teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge on the subject of fractions is insufficient (Yangın, Yangın, & Pırasa, 2018). The studies also indicated that these difficulties were observed since the students memorized the formulas and algorithms instead of understanding fractions and perceived the numerator and denominator of fractions as two different integers (Şiap & Duru, 2004).

In teaching mathematical concepts, these concepts should be associated with each other, and how a mathematical rule or algorithm is found and what it expresses should be explained. Since following a procedure that is not comprehended by students may produce incorrect results, the probability of confusing algorithms is high (Van De Walle, Karp, & Bay-Williams, 2010). In the curriculum of the primary school mathematics course, it is stated that the new concepts related to mathematics should be built on previous concepts taught using concrete teaching materials, and the students should be able to express their thoughts verbally to internalize mathematical concepts (Divrik, 2019; MoNE, 2018). In this context, fractions are tried to be perceived with the terms of the whole, half, and quarter in the 1st and 2nd grades of primary school. In the 3rd grade, the terms of the fraction

are introduced, and the concept of the unit fraction is given. In the 4th grade, various problems are solved by performing operations related to fractions. Therefore, starting from the 1st grade of primary school, teachers should not overlook important terms while teaching the concept of fractional numbers, and they should be more careful about the activities, models, and errors students may make in the lessons.

Due to the difficulty of the subject of the fractional numbers, it is essential to determine the mistakes that can be made in this subject, and the teachers should take precautions to eliminate these difficulties by designing the curriculum considering them. Therefore, the study aims to analyze the errors, made by the primary school 3rd graders in terms of the unit fraction, the symbol, and the model. In accordance with this purpose, answers to the following questions are sought:

1. What are the accuracy levels of the errors made by primary school 3rd graders in terms of the unit fraction, symbol, and model?
2. What are the types of errors made by primary school 3rd graders in terms of the unit fraction, symbol, and model?

Method

In this study, the errors made by students on fractions were analyzed in terms of the unit fraction, symbolic, and model representation. Therefore, the case study pattern, which is one of the qualitative research patterns, was used in the study. The case study is a research pattern that reveals understanding, defining, predicting, or controlling an individual, group, or cultural situation (Akar, 2017). The present study tries to reveal the errors that students make on fractions by analyzing these errors in terms of the unit fraction, symbolic, and model representation.

Study Group

The study group of the research consists of 173 3rd graders studying at the public schools in the Iscehisar district of Afyonkarahisar in the academic year of 2015-2016. The convenience sampling method was used in determining the participant students to take advantage of it for the research in terms of the speed, practicality, and economy (Yıldırım & Şimşek, 2006).

Data Collection Tool

In this study, 5 open-ended questions including determining the unit fraction, reading fractions, converting the fractions given by symbolic and two-dimensional representations, explaining the difference between the unit fraction and fractional number were used. Expert opinion was sought to determine the suitability of the questions in the data collection tool for the measurement and their suitability for the representation of the field to be measured. Therefore, the opinions of two primary school teachers who taught the 3rd graders were asked. The data collection tool was given its final form by discussing the suitability of the questions determined for the measurement.

Data Analysis

The study data were analyzed using the descriptive analysis method. Clarifying the conceptual structure of the research question before was the main factor affecting the selection of the descriptive analysis method (Yıldırım & Şimşek, 2006). While conducting the descriptive analysis, in the beginning, the responses of the students were analyzed considering their accuracy levels, and then the errors made by the students' were determined considering their incorrect answers to the questions. Later, these errors made by the students were listed and subjected to frequency analysis. To ensure the validity and reliability of the study, examples of incorrect answers given by the students to the questions were included in the findings section.

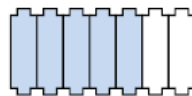
Findings

In this section, firstly, the answers given by the students to the questions were analyzed considering their accuracy level; then, they were analyzed in terms of the types of errors.

QUESTION 1: Write the unit fraction of the following fractions.

$$\frac{8}{10}$$

Unit fraction:



Unit fraction:

In the first question, students were asked first to determine the unit fraction of a fraction given in symbolic representation. Then, a fraction was given in a two-dimensional fraction model. The accuracy level of the answers given by the students to Question 1 is shown in Table 1.

Table 1. The accuracy level of the answers given by the students to Question 1

Response	Symbolic Representation		Two-Dimensional Representation	
	Frequency (f)	Percentage (%)	Frequency (f)	Percentage (%)
Correct	57	33	56	32
Incorrect	116	67	117	68

According to Table 1, 57 students (33%) gave correct answers to the question with symbolic representation, while 56 students (32%) gave correct answers to the question with the two-dimensional fraction model. On the other hand, 116 students (67%) gave incorrect answers to the question with symbolic representation, and 117 students (68%) gave incorrect answers to the question with the two-dimensional fraction model. These data revealed that most of the students gave incorrect answers to this question in both cases since they did not have any conceptual knowledge that each identical part of the given whole was the unit fraction, an important criterion in determining the unit of the fraction. Information on the types of errors made by the students in the questions they answered incorrectly is presented in Table 2.

Table 2. Types of errors made by students in Question 1 and examples of incorrect answers

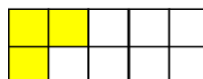
Question	Types of Error	Incorrect Answer Examples	f	%
Symbolic Representation	Error of drawing the model of the fraction	$\frac{8}{10}$ Kesrin birimi:	45	39
	Error of reading the fractional number	$\frac{8}{10}$ Kesrin birimi: <i>onda sekiz</i> (eight-tenth)	16	14
	Failure in establishing the part-whole relationship	$\frac{8}{10}$ Kesrin birimi: 8	55	47
Two Dimensional Representation	Error of writing the fractional number	Kesrin birimi: $\frac{5}{7}$	62	53
	Error of reading the fractional number	Kesrin birimi: <i>yetide bes</i> (five-seventh)	7	6
	Failure in establishing the part-whole relationship	Kesrin birimi: 5	48	41

According to Table 2, the most common error, made by the students in determining the unit fraction of a fraction in symbolic representation is the failure in showing any conceptual development that one of the identical parts of the whole is the unit fraction, which is made by 55 students (47%). Following this error, comes the error of drawing the model of a fraction made by 45 students (39%). It was understood that the students did not have any knowledge about unit fraction but they answered the question just they were required to answer it. The least frequent error was the error of writing the fractional number in words, which is made by 16 students (14%). Again, it was understood that the students did not have any idea that the unit fraction corresponded to the identical parts of a whole. According to these data, it is understood that the students did not know that the number corresponding to each equivalent part of a whole is the unit fraction.

The most common error in determining the unit fraction of a given fraction model was the error of writing the fractional number, which was made by 62 students (53%). The least common error was the error of writing the fractional number in words, which was made by 7 students (6%). On the other hand, 48 students (41%) failed to establish the part-whole relationship since they had no idea how to find a unit fraction from the fraction model given. The data show that they do not have the knowledge that each identical part of the whole is represented as a unit fraction.

QUESTION 2: Write the following fractions in words.

$$\frac{12}{24}$$



In Question 2, the students were asked to write a fraction, which was given in symbolic representation and two-dimensional fraction model, in words. The accuracy level of the answers given by the students to Question 2 is shown in Table 3.

Table 3. The accuracy level of the answers given by the students to Question 2

Response	Symbolic Representation		Two-Dimensional Representation	
	Frequency (f)	Percentage (%)	Frequency (f)	Percentage (%)
Correct	123	71	121	70
Incorrect	50	29	52	30

According to Table 3, 123 students (71%) gave correct answers to the question with symbolic representation, while 121 students (70%) gave correct answers to the question with the two-dimensional fraction model. A total of 50 students (29%) gave incorrect answers to the question with symbolic representation, while 52 students (30%) gave incorrect answers to the question with the two-dimensional fraction model. In both cases, it was observed that most of the students wrote the fractions in correct wording, which represented the part-whole relationship. However, several students gave incorrect answers to this question. Table 4 presents the findings on the types of errors made by these students.

Table 4. Types of errors made by students in Question 2 and examples of incorrect answers

Question	Types of Error	Incorrect Answer Examples	f	%
Symbolic Representation	Failure in establishing a conceptual relationship between numerator and denominator	$\frac{12}{24}$ onikide yirmi dört (Twenty-four twelfth)	16	32
	Error of drawing the fraction model	$\frac{12}{24}$	12	24
	Failure in establishing the part-whole relationship	$\frac{12}{24}$ yirmi dört (Twenty-four)	22	44
Two Dimensional Representation	Failure in establishing a conceptual relationship between the shaded part and the whole	(ten-thirds) üçte on	10	19
	Error of dividing the shaded part by the non-shaded part	(three-sevenths) üçte üç	4	8
	Failure in establishing the part-whole relationship	(thirty-three) otuz üç	38	73

According to Table 4, the most frequent error in writing a fraction given in symbolic representation in words is the error of failure in establishing the piece-whole relationship, which was

made by 22 students (44%). This error is followed by the failure in establishing the conceptual relationship between the numerator and denominator, which was made by 16 students (32%). The least frequent error was the error of drawing the fraction model; 12 students (24%) made this error because they did not understand the question thoroughly. These error types reveal that students have deficiencies in reading the fractional numbers in the order of denominator and numerator.

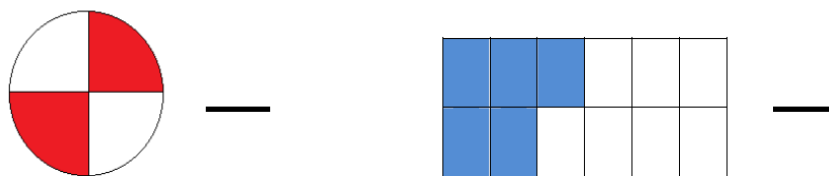
The most frequent error in writing a fractional number, which was given in the two-dimensional fraction model, in words was the error of failure in establishing a part-whole relationship, which was made by 38 students (73%). Following this, came the error of failure in establishing the conceptual relationship between the shaded part and the whole, which was made by 10 students (19%). The least frequent error was the error of dividing the shaded part into the unshaded part, which was made by 4 students (8%). These types of errors reveal that students have deficiencies in reading a fractional number, which emphasizes the part-whole relationship of fractions.

QUESTION 3: Show the following fractions by drawing appropriate shapes.

$\frac{2}{9}$

$\frac{4}{6}$

QUESTION 4: Write the fractional numbers represented by the following shapes.



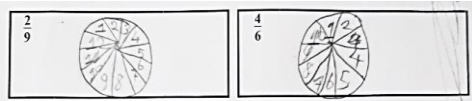
In Question 3, the students were asked to express the fractions, which were given in symbolic representation, using the two-dimensional fraction model. In Question 4, they were asked to write the fraction, which was given in the two-dimensional fraction model, in symbolic representation. The accuracy levels of the answers given by the students to Question 3 and Question 4 are presented in Table 5.

Table 5. The accuracy level of the answers given by the students to Question 3 and Question 4

Response	Question 3		Question 4	
	Frequency (f)	Percentage (%)	Frequency (f)	Percentage (%)
Correct	155	90	153	88
Incorrect	18	10	20	12

According to Table 5, 155 students (90%) gave correct answers to Question 3 in which the students were asked to express the fractions, which were given in symbolic representation, using the two-dimensional fraction model. On the other hand, 153 students (88%) gave correct answers to Question 4, which was vice versa. While 18 students (10%) made errors in drawing the two-dimensional fraction model of a fractional number given in symbolic representation, 20 students (12%) made errors in writing the symbolic representations of the fractional numbers using their two-dimensional fraction models. In this case, the majority of the students, who established the model-fraction relationship, were able to draw appropriate models for the given fractional number and write the fractional numbers given in the two-dimensional fraction model. Table 6, presents the data on the types of errors made by students who gave incorrect answers to these two questions.

Table 6. Types of errors made by students in Question 3 and Question 4 and examples of incorrect answers

Question	Types of Error	Incorrect Answer Examples	f	%
Symbolic Representation	Failure in establishing the part-whole relationship		18	100
Two Dimensional Representation	Failure in establishing the conceptual relationship between the shaded part and the whole		11	55
	Error of dividing the shaded part by the non-shaded part		9	45

According to Table 6, all of the 18 students (100%) were observed to fail in establishing the part-whole relationship in Question 3, in which they were asked to draw the two-dimensional fraction model of the fractional number given in the symbolic representation. This error indicates that the students have deficiencies regarding that the whole should be divided into equal parts of the number given as the denominator and the parts of the number given as the numerator should be taken.

In Question 4, in which the students were asked to write the symbolic representation of a fraction given in the two-dimensional fraction model, the most frequent error type was the failure in establishing the conceptual relationship between the shaded part and the whole, which was made by 11 students (55%). The least frequent error was the error of dividing the shaded part by the unshaded part, which was made by 9 students (45%). Based on the errors made, it is understood that the students have deficiencies in writing the number corresponding to the whole as the denominator and the number corresponding to the shaded part as the numerator in the part-whole relationship, and in understanding that the unshaded parts do not represent the whole.

QUESTION 5: Explain the difference between the unit fraction and fractional number.

In Question 5, students were asked to explain the difference between the unit fraction and the fractional number. The accuracy level of the answers given by the students to Question 5 is shown in Table 7.

Table 7. The accuracy level of the answers given by the students to Question 5

Response	Question 5	
	Frequency (f)	Percentage (%)
Correct	70	40
Incorrect	103	60

According to Table 7, 70 students (40%) were able to correctly explain the difference between the unit fraction and fractional number in Question 5, while 103 students (60%) answered incorrectly. Since the majority of the students answered this question incorrectly, it was understood that the students did not comprehend these two terms, which were the key acquisitions of the subject of fractions for 3rd graders. The details on the types of errors the students made in this question are presented in Table 8.

Table 8. Types of errors made by students in Question 5 and examples of incorrect answers

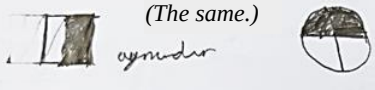
Question	Types of Error	Incorrect Answer Examples	f	%
	Describing the unit fraction as the two-dimensional fraction model, and the fractional number as the symbolic representation	<i>"The unit fraction means drawing a shape and painting it according to the fractional number; the fractional number means writing it according to the fraction."</i>	7	7
Difference Between Unit Fraction and Fractional Number				
	Describing only one	or	33	32
				
	Not knowing the difference between the unit fraction and fractional number	 (The same.)	63	61

Table 8 reveals that 63 students (61%), who make up the majority of students making errors, do not know the difference between the unit fraction and the fractional number. While 33 students (32%) can only describe just one term, 7 students (7%) are observed to have the misconception that the unit fraction can be described only by drawing the two-dimensional fraction model and that the fractional number can be described by the symbolic representation. According to these errors, it is understood that the terms of unit fraction and fractional number are either unknown or confused by the students.

Discussion, Conclusion, and Recommendations

It was concluded that the students could not easily determine the unit fraction, since they did not have any conceptual knowledge that each of the identical parts of the fractional numbers given in the symbolic representation and the two-dimensional fraction model is a unit fraction. The concepts of the whole, half, and the quarter are taught in the 1st and 2nd grades, and a transition is made to the concept of fraction in the 3rd grade. Therefore, when it comes to the 3rd grade, the concept of the "unit fraction", which is a fraction that indicates each of the identical parts of the whole, emerges as a concept that students have difficulty in learning. In teaching this concept, the whole should be represented by "1", and one of the identical parts of this whole is a unit fraction by making the students feel that the parts of the whole are always less than 1. Therefore, activities with content such as writing and reading the unit fraction following the visual/model given in unit fractions should be diversified, such as shading and painting the written unit fractions on the model and supported by two-way studies (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019).

Since the students did not have any knowledge about the unit fraction, they made errors in determining the unit fraction of a fraction given in symbolic representation by answering the question in various ways. The students failed in establishing the part-whole relationship (47%), and they showed the errors of drawing the fraction model (39%) and writing the fractional number in words (14%). In determining the unit fraction of a fraction given in the two-dimensional fraction model, the students made the errors of writing the fractional number (53%), failing in establishing the part-whole relationship (41%), and writing the fractional number in words (6%). It could be considered that the students made these errors as they did not have any idea about the unit fraction. The point to be considered about unit fraction is that the unit fraction cannot be larger than the whole, since the unit fraction is a part of the whole. The difficulties encountered in teaching this concept should be avoided by showing the situation that one slice/part of an equally shared apple cannot be more than the whole apple (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019).

It was determined that the majority of the students wrote the fractional numbers, which were given in symbolic representation and two-dimensional fraction model, in words correctly following

the part-whole relationship. This finding shows that teachers do more in-class activities on reading fractional numbers. This is stated in the curriculum of the primary school mathematics course: *"In reading fraction representations, expressions that emphasize the part-whole relationship are used. For example, the fractional number of $\frac{1}{4}$ is read as "one quarter", and it is explained that a whole is divided by 4, and a part is taken"*. This shows that the learning outcomes are taken into account by teachers (MoNE, 2018). When reading the fractional number of $\frac{1}{4}$, it should not be preferred to use words that do not emphasize the meaning of the number such as "one over four" or "one of four." The point that should be taken into consideration here is that the fractions should be read in the order of denominator and the numerator. It is important to avoid the misconceptions of the students on reading a fractional number and to make necessary improvements (Kocaoğlu & Yenilmez, 2010; Pesen, 2020; Yenilmez & Ev-Çimen, 2019).

In reading the fractional numbers with symbolic representation, the students failed in establishing the part-whole relationship (44%), establishing the conceptual relationship between numerator and denominator (32%), and showed the error of drawing the fraction model (24%). The reason can be explained that the students did not comprehend the subject thoroughly because they did not do enough exercise. In the reading of fractional numbers given in the two-dimensional fraction model, the failure in establishing the part-whole relationship (73%), the failure in establishing the conceptual relationship between the shaded part and the whole (19%), and the error of dividing the shaded parts by the unshaded parts (8%) were the frequent errors. To eliminate these errors, various activities such as reading a fractional number given, writing a fractional number said, showing the fractional number using given models, writing and reading the fractional number specified by the given model should be frequently included in the lessons (Clarke, Roche, & Mitchell, 2008).

In the conversion of symbolic representation and two-dimensional fraction models, it was concluded that the majority of students could easily convert symbolic representation and model representation between each other since they comprehended the model-fraction relationship. The fact that the students drew appropriate shapes for the fractional numbers and wrote the fractional numbers expressed by the shapes revealed that the students learned the subject through both the model and the fraction.

Although there are a few mistakes in the answers to the questions related to converting symbolic and model representations to each other, the following errors were observed: the failure in establishing the part-whole relationship in fractional numbers in symbolic representation (100%), the failure in establishing the conceptual relationship between the shaded part and the whole in the fractions with the two-dimensional fraction model (55%), and the error of dividing the number of the shaded parts by that of the unshaded parts (45%). Particular attention should be paid here to the fact that the whole is divided into identical parts and that each part is of equal size. Comparing these identical parts with the whole, the number of parts taken cannot be greater than the total number of parts, i.e. the numerator must be less than or equal to the denominator. This situation should be explained with an example selected from real life such as the area of the parts decreases as the whole are divided into more parts as in the case of "In which case a person gets a bigger slice when a pizza/cake is equally shared among 3 people or 8 people?" It should be shown using various models that the parts will form the whole when they come together. Besides the in-class activities in which the parts are determined based on the whole, the activities, where the whole is determined based on the parts, should be included (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019).

Considering the answers given to the question to explain the difference between the unit fraction and the fractional number, it was concluded that the majority of the students could not explain the difference between the unit fraction and the fractional number. The high number of students who answered this question incorrectly indicates that the students do not know and even do not realize the difference between the unit fraction and the fractional number. The unit fraction, which represents each of the identical parts of a whole, always has a numerator of "1 (one)". On the other hand, the fractional number indicates the multiplicity of the number of the identical parts taken from any whole

(hence all wholes) divided into equal parts (Baykul, 2014; Yenilmez & Ev-Çimen, 2019). Concrete teaching materials and appropriate models should be used to facilitate students to establish real-life relationships by focusing on the meanings of fractional numbers as much as possible to enable the students to distinguish between these two terms. The materials and models used should also be selected following the teaching principles, from the concrete to the abstract and from the near to the far (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019).

The most frequent error to explain the difference between the unit fraction and the fractional number is not knowing the difference between these two (61%). Following this error, the errors of describing just one of them (32%) and the errors of describing the unit fraction by drawing a shape, and describing the fractional number using numbers (7%) were made. The variety of error types and the high number of errors show that the majority of students has not learned the unit fraction thoroughly. Here, the students' not knowing the difference or identifying only one brings to mind that the teachers do not mention this difference in class activities or do not have enough example applications. For the elimination of these deficiencies, it is important to make applications represented by area, length, and set models that emphasize the meaning of the concept of fraction in-class practices and activities, to solve and establish problems with contexts containing various meanings of the concept of fractions (Doğan & Işık-Tertemiz, 2020; Pesen, 2008; Yenilmez & Ev-Çimen, 2019).

The following suggestions can be made based on the findings of the research:

The teachers should focus on determining the unit fraction of the fractions more, and they should address the difference between the unit fraction and the fractional number.

Studies that will help students to establish the part-whole relationship should be supported with concrete teaching materials, and the representation/expression of the terms of the numerator, denominator, and fraction line should be emphasized through the model, rather than by rote learning, to reduce errors.

More case studies should be provided to the students to reduce the mistakes by enriching the classes with concrete teaching materials and various model applications (area, length, set, volume).

References

- Akar, H. (2017). Durum çalışması. Saban, A. ve Ersoy, A. (Ed.). *Eğitimde nitel araştırma desenleri içinde* (s. 139-177). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Aksu, M. (1997). Students performance dealing with fractions. *The Journal of Educational Research*, 90(6), 375-380.
- Altıparmak, K., & Özudoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanlışlığı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, 12(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404
- Başgün, M., & Ersoy, Y. (2000). Sayılar ve aritmetik-I: Kesir ve ondalık sayıların öğretilmesinde bazı güçlükler ve yanlışlar. *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildiri Kitabı*, 604-608.
- Baykul, Y. (2014). *İlkokulda matematik öğretimi* (12. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Biber, A. Ç., Tuna, A., & Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışlıkları ve bu yanlışlıkların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 152-162.
- Charalambous C. Y., & Pitta-Pantazi, D. P. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol 2, pp. 233-240).
- Clarke, D. M., Roche, A., & Mitchell, A. (2008). Ten practical tips for making fractions come alive and make sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(7), 372-380.
- Divrik, R. (2019). *Sorgulamaya dayalı öğrenme yönteminin 4. sınıf matematik dersinde kullanılmasına ilişkin öğretmen görüşleri ve öğrencilerin problem çözme ile problem kurma becerilerine etkisi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Doğan, A., & Işık-Tertemiz, N. (2020). Fraction models used by primary school teachers. *Ilkogretim Online-Elementary Education Online*, 19(4), 1888-1901. doi:10.17051/ilkonline.2020.762538

- Gözel, E. (2020). Kesirler ve öğretimi. Toptaş, V., Olkun, S., Çekirdekçi, S., Sarı, M. H. (Ed.). *İlkokulda matematik öğretimi* içinde (s. 245-308). Ankara: Vizetek Yayıncılık.
- Güler, H. K. (2019). Matematik. Toptaş, V. (Ed.). *İlkokulda temel matematik* içinde (s. 1-15). Ankara: Vizetek Yayıncılık.
- Hansen, A. (2014). *Children's errors in mathematics*. London: Sage Publications.
- Karaağaç, M. K., & Köse, L. (2015). Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ile ilgili bilgilerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (30), 72-92.
- Kocaoğlu, T., & Yenilmez, K. (2010). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 71-85.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ministry of National Education (MoNE) (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <http://ttkb.meb.gov.tr/>
- Okur, M., & Çakmak-Gürel, Z. (2016). Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 922-952.
- Önal, H., & Yorulmaz, A. (2017). İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hatalar. *Eğitim ve Toplum Araştırmaları Dergisi/JRES*, 4(1), 98-113.
- Özer, A., Karacaköylü, A., & Tekin-Sitrava, R. (2020). 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerin analizi. *Ege Eğitim Dergisi*, 21(1), 19-37. doi:10.12984/eegefd.556447
- Pesen, C. (2008). Students' learning difficulties and misconceptions in pointing the fractions on the number line. *İnönü University Faculty of Education Journal*, 9(15), 157-168.
- Pesen, C. (2020). *İlkokullarda matematik öğretimi (1-4. sınıflar)* (8. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Şiap, İ., & Duru, A. (2004). Kesirlerde geometriksel modelleri kullanabilme becerisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 89-96.
- Turkish Language Society (TLS) (2020). *Current Turkish Dictionary*. <http://www.tdk.gov.tr/>
- Van de Walle, J. A., Karp K. S., & Bay-Williams J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). Boston: Allyn & Bacon.
- Yangın, N., Yangın, S., & Pırasa, N. (2018). Özel eğitim öğretmenlerinin kesirler konusundaki alan ve pedagojik alan bilgileri. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(1), 1-19.
- Yenilmez, K., & Ev-Çimen, E. (2019). Kesirler ve öğretimi. Kaçar, A. (Ed.). *İlkokulda matematik öğretimi* içinde (s. 167-238). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.



İlkokul 3. Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Yaptıkları Hataların Birim Kesir, Sembol ve Model Bağlamında Analizi¹

Ramazan DİVRİK², Pusat PİLTEN³

Öz

İlkokul 3. sınıf düzeyinde kesirler konusunda yapılan hataların birim kesir, sembol ve model bağlamında analizinin yapılması bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır. Araştırmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 173 ilkokul üçüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Verilerin analizinde betimsel analiz kullanılarak önce öğrencilerin sorulara vermiş oldukları cevapların doğruluk düzeyi belirlenmiş ardından hatalı cevap kâğıtları üzerinden hata türleri belirlenerek analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda, birim kesri belirlemede parça-bütün ilişkisi kuramama, kesir sayısı yazma, kesir modeli çizme ve kesrin okunuşunu yazma hatalarının yapıldığı; sembolik ve iki boyutlu gösterimi verilen kesirlerin okunuşunun yazılmasının istendiği soruda parça-bütün ilişkisi kuramama, pay ve payda arasında kavramsal ilişki kuramama, taralı kısım ile bütün parça arasında kavramsal ilişki kuramama, kesir modeli çizme ve taralı kısmı taranmamış kısma bölme hatalarının tekrarlandığı; sembolik ve iki boyutlu gösterimi verilen kesirlerin birbirine dönüştürülmesinin istendiği sorularda parça-bütün ilişkisi kuramama, taralı kısım ile bütün parça arasında kavramsal ilişki kuramama ve taralı kısmı taranmamış kısma bölme hatalarının görüldüğü; birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkın açıklanmasının istendiği soruda birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkı bilmeme, tek birini tanımlama ve birim kesri iki boyutlu kesir modeliyle, kesir sayısını sembolik gösterim ile tanımlama hatalarının yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hataların giderilmesinde de, birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkı kavratmak ve öğrencilerin parça-bütün ilişkisi kurmalarına yardımcı olacak uygulamalara daha fazla yer vermek için somut materyal ve farklı model uygulamalar ile derslerin zenginleştirilmesi önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler

İlkokul
Matematik
Kesirler
Hata

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 23.09.2020
Kabul Tarihi: 02.11.2020
E-Yayın Tarihi: 04.02.2021



¹ Bu çalışma, II. Uluslararası Akademik Araştırmalar Kongresi'nde (18-21 Ekim, 2017) sunulan bildiriden üretilmiştir.

² Dr., Milli Eğitim Bakanlığı (Dumlupınar Bilim ve Sanat Merkezi), Türkiye, rddivrik42@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0002-7126-7664>

³ Doç. Dr., Hoca Ahmet Yesevi Uluslararası Kazak-Türk Üniversitesi, Kazakistan, ppiltent@ayu.edu.kz, <http://orcid.org/0000-0001-6032-5526>

Giriş

Günümüzde matematik, hem günlük yaşamda hem de iş hayatında bireyleri hayata hazırlayan önemli bir işleve sahiptir. Birçok öğrenci matematiği, ezberlenmesi gereken farklı bilgi ve beceriler topluluğu olarak görmektedir. Öğretmenler de matematiksel problemlerin çözümünde gerekli becerileri geliştirmeye odaklandığı için öğrencilerin matematiğin intizam ve uyumunu görmelerine ve takdir etmelerine yönelik yönlendirmelere ihtiyaç duyduklarını göz ardı etmektedir (Pesen, 2020). Oysaki ilkökul matematik dersi öğretim programında temel amaç öğrencilere matematiksel okuryazarlık becerisi kazandırmak ve matematiğe karşı öğrencilerin olumlu tutum geliştirmelerini sağlamaktır (Güler, 2019). Bunun için öğrencilere matematiksel yapılar arasındaki ilişkiler fark ettirilmeli; bu yapılar arasındaki benzer ve farklı yönler gösterilerek öğrencilerin matematiğin güzelliğini ve estetiğini görmeleri sağlanmalıdır (Pesen, 2020).

Bilindiği üzere günlük yaşamdaki çoğu problemin çözümünde doğal sayıları kullanırız. Ancak bazı durumlarda doğal sayılar problemlerin çözümünde yetersiz kalmaktadır. Örneğin; $5+3=?$ işleminde iki doğal sayının toplamı kolaylıkla yapılabilirken, $3-7=?$ işleminin yapılabilmesi için tam sayılar kümesi yani negatif tam sayılar devreye girerek işlem yapılabilir. Aynı şekilde 6 elmanın 2 çocuk tarafından paylaşımı kolaylıkla yapılabilirken, 6 elmanın 5 çocuk tarafından eşit olarak paylaşımında doğal sayıların kullanımı yetersiz kalmaktadır. İşte burada bu işlemin yapılabilmesinde de kesir kavramı devreye girmektedir (Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019). Kesir “bir birimin bölündüğü eşit parçalardan birini veya birkaçını anlatan sayı” olarak tanımlanmaktadır (Türk Dil Kurumu [TDK], 2020). Bütün, yarım, çeyrek, beşte üç, onda bir, yüzde yirmi gibi bir nesnenin, niteliğin sayısal bir miktarını, değerini ortaya koyan, bir şeyin bir kısmı, parçası, bir miktarı veya iki şeyin oranı, bir şeyin bir kısmının bütüne oranı gibi kesir kavramının çok çeşitli kullanımları bulunmaktadır (Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019).

Kesirler konusu okul öncesi dönemde basit paylaşımların yapılması ile karşımıza çıkarken, ilkökulda daha sistemli bir şekilde öğretimi gerçekleştirilen bir konu olmaktadır. İlkokul matematik öğretim programlarının en zengin ve karmaşık konuları arasında yer alan kesirler, günlük yaşamda çeşitli kullanım biçimleriyle yaygın olarak kullanılmaktadır. “Saat onu çeyrek geçiyor.”, “Kasaptan yarım kilo kıyma aldım.”, “Pilav yaparken üç bardak pirinçe altı bardak su ekleyelim.” gibi pek çok söz ve eylemde kesirlerden yararlanılmaktadır. Bu yüzden kesir öğretimi matematikte önemli bir konu olarak görülmektedir (Baykul, 2014; Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019). Bununla birlikte kesirler konusunda dikkat edilmesi gereken bir diğer husus, kesir ve kesir sayısı arasındaki ilişkiyi öğrencilerin ayırt edebilmeleridir. Öğrenciler kesir denilince bir bütünün bir veya birkaç parçasının oluşturduğu bir çokluktan bahsedildiğini; kesir sayısı denildiğinde de, bu çokluğu belirten bir sayının ifade edildiğini ayırt edebilmelidir. Ayrıca bir bütünün eş parçalara ayrılarak eş parçalardan her birinin birim kesir olduğunun da farkında olmalıdırlar (Baykul, 2014). Birim kesir, payı daima “1 (bir)” olan ve bir bütünün eş parçalarından her birini temsil eden yani birim özelliği taşıyan kesir olarak tanımlanmaktadır (Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019).

İlkokulda kesirlerin gösterimi önce modelle, sonra sembolle (pay, payda, kesir çizgisi) ve okunuşu şeklinde olmaktadır (Gözel, 2020). Modelle verilen kesir, metin biçiminde yazılabilir ve matematiğin terim ve terminolojisine uygun olarak ifade edilebilir (Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019). Örneğin, model gösterimi verilen bir kesrin sembolle gösterimi yapıldıktan sonra okunuşu verilmeli ve okunuşunda paydadan paya doğru okumaya dikkat edilmelidir. Modeli verilen bir kesrin sembolü ve okunuşu arasındaki ilişkinin kurulabilmesinde bu üç durumdan herhangi biri verildiğinde diğer iki duruma geçiş yapılabilir (Pesen, 2020).

Bir bütünün veya bir nesne grubunun kendi eş parçaları arasındaki ilişkiyi belirten sayı, kesir sayısı olarak ifade edildiğinden, bu sayılarla ilgili öğretimlerde parça-bütün ilişkisi üzerinde durulmalıdır (Pesen, 2020). Kesirlerin öğretiminde kullanılan parça-bütün ilişkisi alan, uzunluk, küme ve hacim modelleri kullanılarak öğrencilere kazandırılmaktadır. Kesir öğretiminde modellerden yararlanmak, kavramsal öğrenmeyi desteklemesi ve işlemlerde kolaylık ve anlaşılabilirlik sağlaması açısından oldukça önemli görülmektedir. Örneğin, “bir tarlanın üçte ikisi” sorulduğunda alan modeli

uygun olurken, “bir yolun yarısı” hesaplanmak istendiğinde uzunluk modeli uygun olmaktadır. Aynı şekilde “çalışanların dörtte ikisi” ifadesi ile küme modeli, “bir litre suyun üçte biri” denildiğinde hacim modeli tercih edilmektedir (Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019).

İlkokul matematik dersi öğretim programı kesirler öğrenme alanına ait kazanımlar incelendiğinde; 1. sınıfta bütün ve yarım kavramlarının model üzerinde tanıtımı yapılmakta, 2. sınıfta bütün ve yarıma çeyrek kavramı eklenerek bu kavramların birbirleri ile olan ilişkisine yer verilmektedir. 3. sınıfta bütün, yarım ve çeyrek kavramlarının uygun modellerle birlikte kesir gösterimlerine (pay, payda, kesir çizgisi) geçilmektedir. Kesir gösterimlerinin okunmasında da parça-bütün ilişkisini vurgulayacak ifadelerin kullanımına özen gösterilmektedir. Örneğin $\frac{2}{5}$ kesrinin “beşte iki” biçiminde okunması ve bir bütünün 5 eş parçaya bölünerek iki parçasının alındığı üzerinde durulmaktadır. Ayrıca bu sınıf düzeyinde birim kesir kavramı ele alınarak pay ve payda arasındaki ilişki pekiştirilmektedir. 4. sınıfta ise basit, bileşik ve tam sayılı kesirler tanıtılmakta ve öğrencilerin paydaları eşit kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapması ve bu işlemlere uygun problemler çözmesi beklenmektedir. Görüldüğü üzere, 1. sınıftan başlanarak kesirler konusunun öğretimi sınıflar ilerledikçe detaylandırılmakta ve yapılan işlemler büyüklük küçüklük sınırları içerisinde çeşitlendirilmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Kesir konusu parça-bütün, ölçme, bölme, işlemci ve oran gibi farklı kavramlarla yorumlandığı için öğrencilerin öğrenmekte zorlandıkları konular arasında yer almaktadır (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2005; Doğan ve Işık-Tertemiz, 2020; Hansen, 2014; Lamon, 1999; Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019). Kesirlerde, “parça-bütün” arasındaki ilişki pay ve payda kavramları ile açıklanmaktadır. Bir mesafenin uzunluğunun sayısal olarak anlatılması ise kesrin büyüklüğünün “ölçme” yoluyla anlatılmasıdır. a sayısı b sayısına bölündüğünde elde edilen sayısal değer “bölme” olarak ifade edilir. Kesirlerde “işlemci” anlamı, payda kadar bölünüp pay kadar alınması veya tam tersinin hesaplanmasıyla bulunur. a/b şeklinde yazılan “oran” anlamı ise, parça-parça veya parça-bütün şeklinde ifade edilir (Gözel, 2020). Bu bağlamda farklı kavramlarla yorumlanan kesirler konusunda çeşitli araştırmalar yapılmış ve bu araştırmalarda karşılaşılan güçlükler belirlenmeye çalışılmıştır. Bu araştırmalarda, öğrencilerin bir kesir ifadesindeki sayısal değer referans alınan bütüne göre değişeceği konusunda kavram yanılgısına sahip oldukları (Karaağaç ve Köse, 2015), kesirlerle ilgili problemlerin çözümünde hatalar yaptıkları (Başgün ve Ersoy, 2000; Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Özer, Karacaköylü ve Tekin-Sitrava, 2020), kesirlerde toplama, çıkarma, çarpma ve sıralama konularında kavram yanılgılarına sahip oldukları (Altıparmak ve Özudoğru, 2015; Biber, Tuna ve Aktaş, 2013; Önal ve Yorulmaz, 2017), kesirler konusundaki temel kavramları anlamada zorluk çektikleri (Aksu, 1997; Okur ve Çakmak-Gürel, 2016) ve öğretmenlerin kesirler konusunda alan ve pedagojik alan bilgilerinin yetersiz olduğu (Yangın, Yangın ve Pırasa, 2018) yapılan araştırmalarla ortaya konmuştur. Bu güçlüklerin ortaya çıkmasında da öğrencilerin kesirleri anlama yerine formülleri ve algoritmayı ezberlemeleri ve kesirlerin pay ve paydalarını farklı iki tamsayı olarak algılamaları gösterilmektedir (Şiap ve Duru, 2004).

Matematiksel kavramların öğretiminde bu kavramlar birbirleriyle ilişkilendirilmeli ve bir matematiksel kuralın veya algoritmanın nasıl ortaya çıktığı ve neyi ifade ettiği açıklanmalıdır. Öğrenciler tarafından anlaşılamayan bir prosedürün takip edilmesi yanlış sonuçlar doğurabileceği için algoritmaların birbirlerine karıştırılma oranı yüksektir (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). İlkokul matematik dersi öğretim programında da; matematikle ilgili yeni kavramlar öğretilirken bu kavramların somut materyal desteğiyle önceki kavramlar üzerine inşa edilmesi gerektiği ve öğrencilerin matematiksel kavramları içselleştirebilmeleri için düşüncelerini sözlü olarak ifade edebilmeleri gerektiği belirtilmiştir (Divrik, 2019; MEB, 2018). Bu bağlamda kesirler ilkökul 1. ve 2. sınıflarda bütün, yarım ve çeyrek kavramlarıyla sezdirilmeye çalışılmakta; 3. sınıfta kesre ait terimler tanıtılarak birim kesir kavramı verilmektedir. 4. sınıfta ise kesirlerle ilgili işlemler yapılarak farklı problemlerin çözümüne geçilmektedir. Dolayısıyla ilkökul birinci sınıftan itibaren öğretmenler kesir kavramını öğretirken önemli terimleri gözden kaçırmamalı, derslerinde kullandıkları etkinlikler, modeller ve öğrencilerin yapabileceği hatalar konusunda daha dikkatli olmalıdırlar.

Kesir konusunun zorluğu gereği bu konuda yapılabilecek hataların belirlenerek bunların giderilmesine yönelik önlemlerin alınması ve öğretmenlerin öğretimlerini buna göre tasarlaması önemli görülmektedir. Bu amaçla bu çalışmada ilkökul üçüncü sınıf seviyesinde öğrencilerin kesirler konusunda yaptıkları hataların birim kesir, sembol ve model bağlamında analizinin yapılması bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

1. İlkokul 3. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hataların birim kesir, sembol ve model bağlamında doğruluk düzeyleri nedir?
2. İlkokul 3. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hataların birim kesir, sembol ve model bağlamında türleri nelerdir?

Yöntem

Bu araştırmada öğrencilerin kesirler konusunda yaptıkları hatalar birim kesir, sembolik ve model gösterim bağlamında analiz edilmiştir. Bu amaçla çalışmada nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması bir bireyi, grubu veya kültür durumunu anlama, tanımlama, tahmin etme veya kontrol etmeyi ortaya koyan bir araştırma desendir (Akar, 2017). Bu çalışmada da öğrencilerin kesirler konusunda yaptıkları hatalar birim kesir, sembolik ve model gösterim bağlamında analiz edilerek ortaya konmaya çalışılmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2015-2016 eğitim öğretim yılında Afyonkarahisar ili İscehisar ilçesi devlet okullarında 3. sınıf seviyesinde öğrenim gören 173 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin belirlenmesinde araştırmaya hız, pratiklik ve ekonomiklik kazandırmak amacıyla kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada, birim kesri belirleme, kesir okuma, sembolik ve iki boyutlu gösterimi verilen kesirleri birbirine çevirme, birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkı açıklama boyutlarını içeren 5 tane açık uçlu soru kullanılmıştır. Hazırlanan veri toplama aracında bulunan soruların ölçme amacına uygun olup olmadığı ve ölçülmek istenen alanı temsil edip etmediğini belirlemek amacıyla uzman görüşüne başvurulmuştur. Bunun için 3. sınıfları okutan iki sınıf öğretmenin görüşüne başvurulmuş; belirlenen soruların ölçme amacına uygun olup olmadığı tartışılarak veri toplama aracına son şekli verilmiştir.

Verilerin Analizi

Araştırma verilerinin çözümlenmesinde betimsel analiz kullanılmıştır. Araştırma sorusuna ilişkin kavramsal yapının önceden açık biçimde ortaya konulması betimsel analiz yönteminin seçilmesini etkileyen temel unsurdur (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Betimsel analiz yapılırken önce iki araştırmacı tarafından öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar doğruluk düzeylerine göre analiz edilmiş ardından öğrencilerin sorulara verdikleri yanlış cevaplar üzerinden yapılan hatalar belirlenmiştir. Daha sonra öğrencilerin yaptığı bu hatalar tablolaştırılarak frekans çözümlemesine tabi tutulmuştur. Çalışmanın geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla da öğrencilerin sorulara verdikleri hatalı cevaplara ait örneklere bulgular kısmında yer verilmiştir.

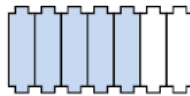
Bulgular

Bu bölümde öğrencilerin sorulara vermiş olduğu cevaplar önce doğruluk düzeylerine göre ardından hata türlerine göre analiz edilmiştir.

SORU 1: Aşağıdaki kesirlerin birimlerini yazınız.

$$\frac{8}{10}$$

Kesrin birimi:



Kesrin birimi:

1. soruda ilk önce sembolik gösterimi verilen bir kesrin, daha sonra da iki boyutlu kesir modeli verilen bir kesrin birim kesrini öğrencilerin belirlemeleri istenmiştir. 1. soruya öğrencilerin vermiş oldukları cevapların doğruluk düzeyi Tablo 1’de gösterilmiştir.

Tablo 1. Öğrencilerin 1. soruya vermiş oldukları cevapların doğruluk düzeyi

Yanıt	Sembolik Gösterim		İki Boyutlu Gösterim	
	Frekans (f)	Yüzdelik (%)	Frekans (f)	Yüzdelik (%)
Doğru	57	33	56	32
Yanlış	116	67	117	68

Tablo 1’e göre sembolik gösterimi verilen soruya 57 öğrenci (%33) doğru cevap vermişken, iki boyutlu kesir modeli verilen soruya 56 öğrenci (%32) doğru cevap vermiştir. Sembolik gösterimi verilen soruya 116 öğrenci (%67), iki boyutlu kesir modeli verilen soruya 117 öğrenci (%68) yanlış cevap vermiştir. Bu verilere göre, her iki durumda da öğrencilerin büyük bir bölümünün kesrin birimini belirlemede önemli bir kriter olan verilen bütünün eş parçalarından her birinin birim kesir olduğuna ait herhangi bir kavramsal bilgiye sahip olmadıkları için bu soruya yanlış cevap verdikleri görülmektedir. Öğrencilerin yanlış cevapladıkları sorularda yaptıkları hata türlerine ait bilgiler ise Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2. Öğrencilerin 1. soruda yaptıkları hata türleri ve hatalı cevap örnekleri

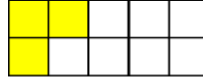
Soru	Hata Türleri	Hatalı Cevap Örnekleri	f	%
Sembolik Gösterim	Kesir modeli çizme hatası	$\frac{8}{10}$ Kesrin birimi: 	45	39
	Kesrin okunuşunu yazma hatası	$\frac{8}{10}$ Kesrin birimi: <i>onda sekiz</i>	16	14
	Parça-bütün ilişkisi kuramama	$\frac{8}{10}$ Kesrin birimi: 8	55	47
İki Boyutlu Gösterim	Kesir sayısı yazma hatası	 Kesrin birimi: $\frac{5}{7}$	62	53
	Kesrin okunuşunu yazma hatası	 Kesrin birimi: <i>yedide beş</i>	7	6
	Parça-bütün ilişkisi kuramama	 Kesrin birimi: 5	48	41

Tablo 2 incelendiğinde, sembolik gösterimi verilen bir kesrin birim kesrinin belirlenmesinde, verilen bütünün eş parçalarından bir tanesinin birim kesir olduğuna dair herhangi bir kavramsal gelişim ortaya koyamayan 55 öğrencinin (%47) yaptığı parça-bütün ilişkisi kuramama hatası, öğrenciler tarafından yapılan en fazla hatadır. Daha sonra öğrencilerin birim kesir hakkında herhangi bir bilgiye sahip olmadıkları için soruya bir cevap yazma ihtiyacı duyarak cevap verdikleri 45 öğrencinin (%39) yaptığı kesir modeli çizme hatasıdır. En az tekrarlanan hata ise, yine öğrencilerin kesrin birimine ilişkin herhangi bir fikirlerinin olmadığı ancak soruya bir yanıt verme zorunluluğu hissederek 16 öğrencinin (%14) yaptığı kesrin okunuşunu yazma hatasıdır. Bu verilere göre, öğrencilerin bir bütünün her bir eş parçasına denk gelen sayının birim kesir olduğuna dair bilgi sahibi olmadıkları anlaşılmaktadır.

İki boyutlu kesir modeli verilen bir kesrin birim kesrinin belirlenmesinde en fazla yapılan hata 62 öğrencinin (%53) yaptığı kesir sayısını yazma hatası iken, en az yapılan hata ise 7 öğrencinin (%6) tekrarladığı kesrin okunuşunu yazma hatasıdır. Kendilerine verilen kesir modelinden nasıl birim kesir bulunacağına ilişkin herhangi bir fikri olmayan 48 öğrenci de (%41) parça-bütün ilişkisi kuramama hatasına düşmüştür. Bu veriler, öğrencilerin verilen bir bütünün her bir parçasının birim kesir olarak gösterildiği bilgisine sahip olmadıklarını göstermektedir.

SORU 2: Aşağıdaki kesirlerin okunuşlarını yazınız.

$$\frac{12}{24}$$



2. soruda sembolik gösterimi verilen bir kesrin ve iki boyutlu kesir modeli verilen bir kesrin okunuşlarını öğrencilerin yazmaları istenmiştir. 2. soruya ilişkin öğrencilerin vermiş oldukları cevapların doğruluk düzeyi Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3. Öğrencilerin 2. soruya vermiş oldukları cevapların doğruluk düzeyi

Yanıt	Sembolik Gösterim		İki Boyutlu Gösterim	
	Frekans (f)	Yüzdelik (%)	Frekans (f)	Yüzdelik (%)
Doğru	123	71	121	70
Yanlış	50	29	52	30

Tablo 3'e göre sembolik gösterimi verilen soruya 123 öğrenci (%71), iki boyutlu kesir modeli verilen soruya 121 öğrenci (%70) doğru cevap vermiştir. Sembolik gösterimi verilen soruya 50 öğrenci (%29), iki boyutlu kesir modeli verilen soruya 52 öğrenci (%30) yanlış cevap vermiştir. Her iki durumda da verilen kesirlerin okunuşlarının yazılmasında öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun parça-bütün ilişkisini ortaya koyan doğru okumalar yaptıkları görülmektedir. Ancak bu soruya yanlış cevap veren bir kısım öğrenci de bulunmakta olup bu öğrencilerin yaptıkları hata türlerine ait bilgiler Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. Öğrencilerin 2. soruda yaptıkları hata türleri ve hatalı cevap örnekleri

Soru	Hata Türleri	Hatalı Cevap Örnekleri	f	%
Sembolik Gösterim	Pay ve payda arasında kavramsal ilişki kuramama hatası	$\frac{12}{24}$ oniki bölme dört	16	32
	Kesir modeli çizme hatası	$\frac{12}{24}$	12	24
	Parça-bütün ilişkisi kuramama	$\frac{12}{24}$ dört bölme dört	22	44
İki Boyutlu Gösterim	Taralı kısım ile bütün parça arasında kavramsal ilişki kuramama hatası	üçte on	10	19
	Taralı kısmı taranmamış kısma bölme hatası	yedide üç	4	8
	Parça-bütün ilişkisi kuramama	otuz üç	38	73

Tablo 4 incelendiğinde, sembolik gösterimi verilen bir kesrin okunuşunun yazılmasında en fazla tekrarlanan hata 22 öğrencinin (%44) yaptığı parça-bütün ilişkisi kuramama hatası, daha sonra 16 öğrencinin (%32) yaptığı pay ve payda arasında kavramsal ilişki kuramama hatasıdır. En az tekrarlanan hata ise 12 öğrencinin (%24) soruyu tam olarak algılamadıkları için düştükleri kesir modeli çizme hatasıdır. Bu hata türleri kesirlerin paydadan paya doğru okutulması konusunda öğrencilerin eksikleri olduğunu göstermektedir.

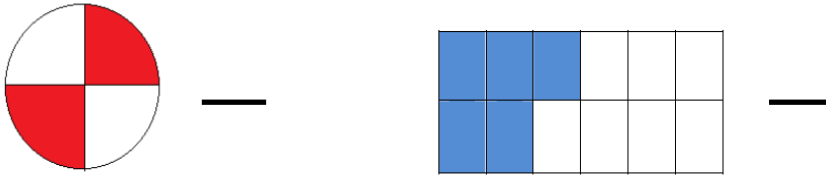
İki boyutlu kesir modeli verilen bir kesrin okunuşunun yazılmasında en fazla tekrarlanan hata 38 öğrencinin (%73) yaptığı parça-bütün ilişkisi kuramama hatası, daha sonra 10 öğrencinin (%19)

yaptığı taralı kısım ile bütün parça arasında kavramsal ilişki kuramama hatası, en az yapılan hata ise 4 öğrencinin (%8) yaptığı taralı kısmı taranmamış kısma bölme hatasıdır. Bu hata türleri kesirlerin parça-bütün ilişkisini vurgulayacak okuma çalışmalarında öğrencilerin eksikleri olduğunu göstermektedir.

SORU 3: Aşağıdaki kesirleri uygun şekiller çizerek gösteriniz.

$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{6}$
---------------	---------------

SORU 4: Aşağıdaki şekillerin ifade ettiği kesirleri yanlarına yazınız.



3. soruda sembolik gösterimleri verilen kesirlerin iki boyutlu kesirler olarak ifade edilmesi, 4. soruda iki boyutlu kesir modelleri verilen kesirlerin sembolik gösterimler ile ifade edilmesi öğrencilerden istenmiştir. 3. ve 4. soruya ilişkin öğrencilerin vermiş oldukları cevapların doğruluk düzeyleri Tablo 5'te gösterilmiştir.

Tablo 5. Öğrencilerin 3. ve 4. sorulara vermiş oldukları cevapların doğruluk düzeyi

Yanıt	3. Soru		4. Soru	
	Frekans (f)	Yüzdelik (%)	Frekans (f)	Yüzdelik (%)
Doğru	155	90	153	88
Yanlış	18	10	20	12

Tablo 5'e göre sembolik gösterimleri verilen kesirlerin iki boyutlu kesir modelleri ile gösterilmesinin istendiği 3. soruya 155 öğrenci (%90) doğru cevap vermişken, bunun tam tersinin yapılmasının istendiği 4. soruya 153 öğrenci (%88) doğru cevap vermiştir. 18 öğrenci (%10) sembolik gösterimleri verilen kesirleri iki boyutlu kesir modellerine çevirirken yanlış yapmış, 20 öğrenci (%12) de iki boyutlu kesir modellerinin sembolik gösterimlerini yazarken yanlış yapmıştır. Bu durumda öğrencilerin büyük bir çoğunluğu model-kesir bağlantısını kurarak verilen kesirlere ait uygun modellemeler yapabilmış ve modeli verilen kesirleri yazabilmiştir. Ancak bu iki soruya yanlış cevap veren öğrencilerin yaptıkları hata türlerine ait bilgiler ise Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. Öğrencilerin 3. ve 4. sorularda yaptıkları hata türleri ve hatalı cevap örnekleri

Soru	Hata Türleri	Hatalı Cevap Örnekleri	f	%
Sembolik Gösterim	Parça-bütün ilişkisi kuramama		18	100
İki Boyutlu Gösterim	Taralı kısım ile bütün parça arasında kavramsal ilişki kuramama hatası		11	55
	Taralı kısmı taranmamış kısma bölme hatası		9	45

Tablo 6 incelendiğinde, sembolik gösterimleri verilen kesirlerin iki boyutlu kesirler olarak ifade edilmesinin istendiği 3. soruda 18 öğrencinin (%100) tamamı parça-bütün ilişkisi kuramama hatası yapmıştır. Yapılan bu hata, bir bütünü paydada verilen sayı kadar eş parçalara bölünmesi ve paydaki sayı kadar alınması gerektiği konusunda öğrencilerin eksikleri olduğunu göstermektedir.

İki boyutlu kesir modelleri verilen kesirlerin sembolik gösterimlerinin yazılmasının istendiği 4. soruda yapılan en fazla hata türü 11 öğrencinin (%55) yaptığı taralı kısım ile bütün parça arasında kavramsal ilişki kuramama hatası iken, en az yapılan hata 9 öğrencinin (%45) yaptığı taralı kısım taranmamış kısma bölme hatasıdır. Yapılan hatalara göre, parça-bütün ilişkisinde bütün parçaya karşılık gelen sayının paydaya, taralı kısma karşılık gelen sayının paya yazılması ve taralı olmayan parçaların bütünü temsil etmediği konusunda öğrencilerin eksiklerinin olduğu anlaşılmaktadır.

SORU 5 : BİRİM KESİR ve KESİR SAYISI arasındaki farkı açıklayınız.

5. soruda öğrencilerden birim kesir ile kesir sayısı arasındaki farkı açıklamaları istenmiştir. 5. soruya ilişkin öğrencilerin vermiş oldukları cevapların doğruluk düzeyi Tablo 7’de gösterilmiştir.

Tablo 7. Öğrencilerin 5. soruya vermiş oldukları cevapların doğruluk düzeyi

Yanıt	5. Soru	
	Frekans (f)	Yüzdelik (%)
Doğru	70	40
Yanlış	103	60

Tablo 7’ye göre 5. soruda birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkı 70 öğrenci (%40) doğru açıklayabilmişken, 103 öğrenci (%60) yanlış cevaplamıştır. Öğrencilerden yarıdan fazlası bu soruyu yanlış cevaplayarak 3. sınıf kesirler konusunun kilit kazanımı olan bu iki kavramı öğrencilerin tam anlamıyla öğrenemedikleri anlaşılmaktadır. Öğrencilerin bu soruda yaptıkları hata türlerine ait bilgiler Tablo 8’de sunulmuştur.

Tablo 8. Öğrencilerin 5. soruda yaptıkları hata türleri ve hatalı cevap örnekleri

Soru	Hata Türleri	Hatalı Cevap Örnekleri	f	%
Birim Kesir ve Kesir Sayısı Arasındaki Fark	Birim kesri iki boyutlu kesir modeliyle, kesir sayısını sembolik gösterim ile tanımlama		7	7
	Tek birini tanımlama	veya	33	32
	Birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkı bilmeme		63	61

Tablo 8 incelendiğinde, hata yapan öğrencilerin büyük bir çoğunluğunu oluşturan 63 öğrencinin (%61) birim kesir ile kesir sayısı arasındaki farkı bilmedikleri, ardından 33 öğrencinin (%32) sadece tek bir kavrama ilişkin tanım yapabildikleri ve 7 öğrencinin (%7) de birim kesrin sadece iki boyutlu kesir modeliyle, kesir sayısının sembolik gösterimle tanımlanabileceğine ilişkin hata türlerini ortaya koydukları belirlenmiştir. Bu hatalara göre, birim kesir ve kesir sayısı kavramlarının öğrenciler tarafından ya bilinmediği ya da karıştırıldığı anlaşılmaktadır.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Öğrencilerin sembolik gösterimi ve iki boyutlu kesir modeli verilen kesirlerden verilen bütünün eş parçalarından her birinin birim kesir olduğuna ait herhangi bir kavramsal bilgiye sahip olmadıkları için birim kesri kolay belirleyemedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Birinci ve ikinci sınıflarda bütün, yarım ve çeyrek kavramları öğretilip üçüncü sınıfta artık kesir kavramına geçiş yapılmaktadır. Dolayısıyla üçüncü sınıfa gelindiğinde bir bütünü eş parçalara ayırarak parçalardan her birinin kesir olduğunu belirten “birim kesir” kavramı öğrencilerin öğrenmekte zorlandıkları bir kavram olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu kavramın öğretiminde bütün için “1” temsili yapıldıktan sonra verilen bütünün parçalarının daima 1’den küçük olduğu hissettirilerek bu parçalardan bir tanesinin birim kesir olduğu açıklanmalıdır. Bu yüzden birim kesirlerde verilen görsele/modelde uygun birim kesrin yazılması, okunması gibi içerikli etkinlikler; söylenen, yazılan birim kesirlerin model üzerinde taranması, boyanması gibi çeşitlendirilerek iki yönlü çalışmalarla desteklenmelidir (Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019).

Sembolik gösterimi verilen bir kesrin birim kesrinin belirlenmesinde öğrenciler bu kavram hakkında herhangi bir bilgiye sahip olmadıkları için farklı şekillerde soruyu cevaplayarak; parça-bütün ilişkisi kuramama (%47), kesir modeli çizme (%39) ve kesrin okunuşunu yazma (%14) hatalarına düşmüşlerdir. İki boyutlu kesir modeli verilen bir kesrin birim kesrinin belirlenmesinde de öğrenciler kesir sayısı yazma (%53), parça-bütün ilişkisi kuramama (%41) ve kesrin okunuşunu yazma (%6) hatalarını tekrarlamışlardır. Bu sonuçlar öğrencilerin kesrin birimine ilişkin herhangi bir fikirleri olmadığı için sadece soruyu cevaplamak adına yaptıkları hatalar olarak değerlendirilebilir. Birim kesir konusunda dikkat edilmesi gereken husus, birim kesir bütünün bir parçası olduğu için birim kesrin bütünden daha büyük olamayacağıdır. Eşit paylaşılan elmanın bir diliminin/parçasının elmanın bütününden fazla olamayacağı durumu çeşitli örneklerle gösterilerek bu kavramın öğretiminde karşılaşılan güçlüklerin önüne geçilmelidir (Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019).

Sembolik gösterimi ve iki boyutlu kesir modeli verilen kesirlerin okunmasında öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun parça-bütün ilişkisine uygun doğru okumalar yaptıkları tespit edilmiştir. Bu sonuç öğretmenlerin kesirleri okuma konusunda sınıf içi etkinlikleri daha fazla yaptırdıklarını göstermektedir. Bu durum ilkökul matematik dersi öğretim programında belirtilen; “*Kesir gösterimlerinin okunmasında, parça-bütün ilişkisini vurgulayacak ifadeler kullanılır. Örneğin $\frac{1}{4}$ kesri “dörtte bir” biçiminde okunur ve bir bütünün 4’e bölünüp bir parçası alındığı şeklinde açıklanır.*” kazanımının öğretmenler tarafından dikkate alındığını göstermektedir (MEB, 2018). $\frac{1}{4}$ kesrinin okunuşunda “bir bölü dört” veya “dördün biri” gibi sayının anlamına vurgu yapmayan kullanımlar tercih edilmemelidir. Burada özellikle dikkat edilmesi gereken husus kesirlerin paydadan paya doğru okutulması gerektiğidir. Bir kesrin nasıl okunduğu konusunda öğrencilerin düştüğü yanılgıların önüne geçilerek gerekli iyileştirmelerin yapılması önem arz etmektedir (Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Pesen, 2020; Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019).

Sembolik gösterimi verilen kesirlerin okunmasında öğrenciler parça-bütün ilişkisi kuramama (%44), pay ve payda arasında kavramsal ilişki kuramama (%32) ve kesir modeli çizme (%24) hatalarını tekrarlamışlardır. Bunun sebebi olarak da yeteri kadar alıştırma yapılmadığı için öğrencilerin konuyu tam olarak kavrayamamış olmaları gösterilebilir. İki boyutlu kesir modeli verilen kesirlerin okunmasında da parça-bütün ilişkisi kuramama (%73), taralı kısım ile bütün parça arasında kavramsal ilişki kuramama (%19) ve taralı kısmı taranmamış kısma bölme (%8) hataları tekrarlanan hatalardır. Yapılan bu hataların giderilebilmesi için; verilen bir kesrin okunması, söylenen bir kesrin yazılması, verilen modeller ile gösterilmesi, verilen modelde belirtilen kesrin yazılması ve okunması gibi çeşitli etkinliklere derslerde sık sık yer verilmelidir (Clarke, Roche ve Mitchell, 2008).

Sembolik gösterimli ve iki boyutlu kesir modellerinin birbirine çevrilmesinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun model-kesir bağlantısını kavrayarak kolaylıkla sembolik gösterimli ve model gösterimli kesirleri birbirine çevirebildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin kesirlere uygun şekiller çizmeleri ve şekillerin ifade ettiği kesirleri yazmaları öğrencilerin hem model hem de kesir üzerinden konuyu öğrendiklerini göstermektedir.

Sembolik ve model gösterimleri birbirine çevirme sorularında her ne kadar hata sayısı çok az da olsa sembolik gösterimi verilen kesirlerde parça-bütün ilişkisi kuramama (%100), iki boyutlu kesir modeli verilen kesirlerde taralı kısım ile bütün parça arasında kavramsal ilişki kuramama (%55) ve taralı kısmı taranmamış kısma bölme (%45) hatalarının yapıldığı görülmektedir. Burada bir bütünü eş parçalara kesilmesi ve her bir parçanın eşit büyüklükte olması konusuna özellikle dikkat edilmelidir. Kesilen parçalar bütün ile karşılaştırıldığında alınan parça sayısı parçaların toplam sayısından büyük olamaz yani pay paydadın küçük ya da eşit olmak zorundadır. Bu durum bütün parçalara ayrıldıkça parçaların alanının küçüldüğü “Bir pizzayı/pastayı herkese eşit düşecek şekilde 3 kişi mi paylaşıya ya da 8 kişi mi paylaşıya daha çok pizza/pasta düşer.” gibi gerçek yaşamdan seçilen bir örnek ile anlatılmalıdır. Kesilen parçaların bir araya geldiğinde bütünü oluşturacağı değişik modeller yardımıyla gösterilmelidir. Sınıf içi alıştırmalarda bütünden hareketle parçaların oluşturulduğu etkinliklerin yanı sıra parçadan yola çıkarak bütünü belirlediği etkinliklere de yer verilmelidir (Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019).

Birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkı açıklamaya yönelik soruya verilen cevaplarda öğrencilerin yarıdan fazlasının birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkı açıklayamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu soruyu yanlış cevaplayan öğrenci sayısının fazla olması öğrencilerin birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farklı bilmediklerini hatta farkında bile olmadıklarını göstermektedir. Birim kesir payı daima “1 (bir)” olan ve bir bütünü eş parçalarından her birini temsil eden kesri; kesir sayısı ise aynı sayıda eş parçaya ayrılmış herhangi bir bütünden (dolayısıyla bütün bütünlerden) alınan aynı sayıdaki parçaların çokluğunu belirten sayıdır (Baykul, 2014; Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019). Bu iki kavramın öğrenciler tarafından ayırt edilebilmesinde yapılacak sınıf içi etkinlik ve değerlendirmelerde mümkün olduğunca kesirlerin anlamlarına odaklanan öğrencilerin gerçek yaşam ilişkisi kurmalarına yardımcı somut materyaller ve uygun modeller kullanılmalıdır. Kullanılan materyal ve modellerin de somuttan soyuta ve yakından uzağa olacak şekilde öğretim ilkelerine uygun olarak seçilmesi gerekmektedir (Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019).

Birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkı açıklamaya yönelik en fazla yapılan hata ikisi arasındaki farkı bilmeme (%61) hatasıdır. Daha sonra tek birini tanımlama (%32) ve birim kesri şekille kesir sayısını sayıyla tanımlama (%7) hataları yapılmıştır. Hata türlerinin çeşitlilik göstermesi ve hata sayılarının fazla olması öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun birim kesri tam olarak öğrenmediklerini göstermektedir. Burada öğrencilerin farkı bilmemeleri veya tek birini tanımlamaları öğretmenlerin sınıf içi çalışmalarda bu farka değinmediklerini veya yeteri kadar örnek uygulamaları yaptırmadıklarını akla getirmektedir. Bu eksikliklerin giderilmesine yönelik; sınıf içi uygulamalarda ve etkinliklerde kesir kavramının anlamlarına vurgu yapan; alan, uzunluk ve küme modelleri ile temsil edilen uygulamaların yapılması, kesir kavramının farklı anlamlarını içeren bağlamlara sahip problemlerin çözülmesi ve kurulması önemli görülmektedir (Doğan ve Işık-Tertemiz, 2020; Pesen, 2008; Yenilmez ve Ev-Çimen, 2019).

Araştırmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında şu öneriler getirilebilir:

Kesirlerin birim kesir kadarını belirlemeye yönelik çalışmalar üzerinde daha fazla durulmalı, birim kesir kavramının kesir sayısından farklı olduğunu gösteren çalışmalara daha fazla yer verilmelidir.

Öğrencilerin parça-bütün ilişkisi kurmalarına yardımcı olacak çalışmalar somut materyallerle desteklenmeli, yapılan hataların azaltılmasına yönelik pay, payda ve kesir çizgisi gibi kavramların ezbere değil de model üzerinden gösterimine/anlatımına daha fazla yer verilmelidir.

Yapılan hataların azaltılmasında somut materyaller ve farklı model uygulamalar (alan, uzunluk, küme ve hacim) ile dersler zenginleştirilerek öğrencilerin daha fazla örnek çalışma yapmaları sağlanmalıdır.

Kaynakça

- Akar, H. (2017). Durum çalışması. Saban, A. ve Ersoy, A. (Ed.). *Eğitimde nitel araştırma desenleri içinde* (s. 139-177). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Aksu, M. (1997). Students performance dealing with fractions. *The Journal of Educational Research*, 90(6), 375-380.
- Altıparmak, K. ve Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanlışlığı: Kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, 12(2), 1465-1483. doi:10.14687/ijhs.v12i2.3404
- Başgün, M. ve Ersoy, Y. (2000). Sayılar ve aritmetik-I: Kesir ve ondalık sayıların öğretilmesinde bazı güçlükler ve yanlışlar. *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildiri Kitabı*, 604-608.
- Baykul, Y. (2014). *İlkokulda matematik öğretimi* (12. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Biber, A. Ç., Tuna, A. ve Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışlıkları ve bu yanlışlıkların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 152-162.
- Charalambous C. Y., & Pitta-Pantazi, D. P. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol 2, pp. 233-240).
- Clarke, D. M., Roche, A., & Mitchell, A. (2008). Ten practical tips for making fractions come alive and make sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(7), 372-380.
- Divrik, R. (2019). *Sorgulamaya dayalı öğrenme yönteminin 4. sınıf matematik dersinde kullanılmasına ilişkin öğretmen görüşleri ve öğrencilerin problem çözme ile problem kurma becerilerine etkisi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Doğan, A. ve Işık-Tertemiz, N. (2020). Fraction models used by primary school teachers. *Ilkogretim Online-Elementary Education Online*, 19(4), 1888-1901. doi:10.17051/ilkonline.2020.762538
- Gözel, E. (2020). Kesirler ve öğretimi. Toptaş, V., Olkun, S., Çekirdekçi, S., Sarı, M. H. (Ed.). *İlkokulda matematik öğretimi içinde* (s. 245-308). Ankara: Vizetek Yayıncılık.
- Güler, H. K. (2019). Matematik. Toptaş, V. (Ed.). *İlkokulda temel matematik içinde* (s. 1-15). Ankara: Vizetek Yayıncılık.
- Hansen, A. (2014). *Children's errors in mathematics*. London: Sage Publications.
- Karaağaç, M. K. ve Köse, L. (2015). Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışlıkları ile ilgili bilgilerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (30), 72-92.
- Kocaoğlu, T. ve Yenilmez, K. (2010). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanlışlıkları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 71-85.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- MEB (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <http://ttkb.meb.gov.tr/>
- Okur, M. ve Çakmak-Gürel, Z. (2016). Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanlışlıkları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 922-952.
- Önal, H. ve Yorulmaz, A. (2017). İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hatalar. *Eğitim ve Toplum Araştırmaları Dergisi/JRES*, 4(1), 98-113.
- Özer, A., Karacaköylü, A. ve Tekin-Sitrava, R. (2020). 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerin analizi. *Ege Eğitim Dergisi*, 21(1), 19-37. doi:10.12984/eegefd.556447
- Pesen, C. (2008). Students' learning difficulties and misconceptions in pointing the fractions on the number line. *İnönü University Faculty of Education Journal*, 9(15), 157-168.
- Pesen, C. (2020). *İlkokullarda matematik öğretimi (1-4. sınıflar)* (8. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Şiap, İ. ve Duru, A. (2004). Kesirlerde geometriksel modelleri kullanabilme becerisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 89-96.
- Türk Dil Kurumu (TDK). (2020). *Güncel Türkçe Sözlük*. <http://www.tdk.gov.tr/>

- Van de Walle, J. A., Karp K. S., & Bay-Williams J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). Boston: Allyn & Bacon.
- Yangın, N., Yangın, S. ve Pırasa, N. (2018). Özel eğitim öğretmenlerinin kesirler konusundaki alan ve pedagojik alan bilgileri. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(1), 1-19.
- Yenilmez, K. ve Ev-Çimen, E. (2019). Kesirler ve öğretimi. Kaçar, A. (Ed.). *İlkokulda matematik öğretimi* içinde (s. 167-238). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.